

UTILISATION DE MODELES MATHEMATIQUES POUR LA PREVISION DES VENUES D'EAU
EN TRAVAUX MINIERs

A. BONNIER ⁽¹⁾ et A. KORGANOFF ⁽²⁾

ABSTRACT : Estimating the inflow of groundwater in mine works is especially made difficult by the variability of the geometrical characteristics of these works and by the need of dewatering the water-bearing horizons. Mathematical models which simulate groundwater flow generally help to determine to a satisfactorily accurate degree the rates of inflow of the water to be drained and their variations. A comparison of the probable rates of inflow that models of this type provide and the real pumpage volumes is presented first in the case of a quarry and second, in the case of a mine shaft.

RESUME : L'estimation des venues d'eau en travaux miniers est rendue difficile, en particulier, par la variabilité des caractéristiques géométriques de ces travaux, par la nécessité de dénoyer les horizons aquifères. L'utilisation de modèles mathématiques de simulation des écoulements souterrains permet, généralement, de prévoir avec une bonne précision les débits à exhauser et leurs variations. Une comparaison entre les débits probables à exhauser fournis par de tels modèles et les exhaures réelles est présentée d'une part dans le cas d'une carrière et d'autre part dans le cas d'une descenderie.

RESUMEN : El cálculo del aflujo de agua en las labores mineras es difícil, debido a la diversidad de características geométricas de estas obras, y a la necesidad de drenar los tramos acuíferos. El empleo de modelos matemáticos de simulación de los flujos subterráneos permite, generalmente, prever con una buena precisión los caudales a drenar y sus variaciones. Se presenta una comparación entre los caudales probables a drenar según el modelo y los drenajes reales, para el caso de una cantera y para el de una galería inclinada.

(1) Société Centrale pour l'Equipement du Territoire - International
2, rue Stephenson - 78190 - MONTIGNY - FRANCE

SIAMOS-78. Granada (España)

Tout ouvrage minier, galeries, descenderies ou carrières, se comporte comme un drain et modifie en conséquence les écoulements souterrains. De ce fait, préalablement à la mise en exploitation de tout nouveau gisement, et en particulier d'un gisement sédimentaire, il est souhaitable de réaliser une étude hydrogéologique détaillée que l'on se place du point de vue de l'exploitant ou de celui de la puissance publique.

L'exploitant est principalement intéressé par la détermination des venues d'eau à exhaurer en fonction de la variation des caractéristiques dimensionnelles des ouvrages. Cette estimation lui permet notamment de définir les moyens d'exhaure, de décider s'il est ou non nécessaire de rabattre la nappe préalablement aux travaux, de calculer les coûts d'exhaure... Elle lui permet également de vérifier si les volumes exhaurés seront suffisants pour couvrir, à tout instant, les besoins en eau industrielle, tels que ceux nécessités par le fonctionnement de la station de traitement des minerais.

L'exploitant et la puissance publique sont tous deux intéressés, à des titres divers, par la prévision des modifications qu'entraîneront les pompages miniers sur les nappes, les forages ou captages déjà existants. Enfin la puissance publique a l'obligation de s'assurer que les exploitations minières ne conduiront pas à un gaspillage des ressources en eaux souterraines que celui-ci soit quantitatif ou qualitatif.

1 - PROBLEMES HYDROGEOLOGIQUES PARTICULIERS AUX TRAVAUX MINIERS

Les travaux miniers présentent un certain nombre de particularités qui rendent l'estimation des venues d'eau difficilement abordable par le biais des formules traditionnelles de l'hydraulique souterraine. En effet, les paramètres géométriques des ouvrages varient rapidement en fonction du temps :

- . les carrières s'approfondissent et/ou s'agrandissent,
- . les galeries se creusent à des niveaux différents et ont des extensions et des directions variables d'un niveau à l'autre,
- . le foudroyage peut mettre en communication des horizons aquifères initialement distincts.

Ces variations dimensionnelles s'accompagnent fréquemment d'une modification de la nature des écoulements :

. Une nappe initialement en charge peut, par suite des pompages, se transformer au moins localement en une nappe à surface libre. En ce cas les caractéristiques hydrodynamiques locales seront modifiées : la porosité gravifique de la formation aquifère se substituera à son coefficient d'emménagement, la transmissivité de cette même formation ne pourra plus être considérée comme constante puisqu'elle subira une variation continue, fonction de l'épaisseur de la tranche restant saturée.

. En un deuxième temps il est d'ailleurs possible que l'exploitation minière nécessite un pompage au mur de la formation aquifère. En fonction du modelé topographique de ce mur, il pourra donc y avoir localement dénoyage des terrains aquifères. Ce dénoyage pourra, en outre, n'être que temporaire compte tenu du programme de l'exploitation minière (par exemple abandon de l'exploitation dans un quartier, arrêts périodiques...).

SIAMOS-78. Granada (España)

La prise en compte de cet ensemble de particularités ne peut être envisagée que si l'on utilise des moyens de calcul puissants, c'est à dire qu'après mise au point de modèles mathématiques de simulation des écoulements souterrains.

2 - CONCEPTION D'UN MODELE MATHEMATIQUE ADAPTE AUX TRAVAUX MINIERES

Nous examinerons successivement les équations générales des écoulements souterrains, le modèle numérique et les dispositions adoptées pour tenir compte des particularités propres aux problèmes miniers.

2.1. Equations générales des écoulements souterrains

On sait tout l'intérêt qu'il peut y avoir de considérer le milieu bien sûr hétérogène, mais aussi anisotrope. Si, dans le domaine étudié, on est amené - pour des raisons pratiques - à assimiler presque partout le milieu à un milieu isotrope, il n'en reste pas moins que dans certaines zones caractéristiques, notamment présence de failles, singularités, la représentativité du modèle implique que l'on tienne compte de l'anisotropie.

Nous désignerons par :

$$K(x,y) = K^T = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (2.1.1)$$

le tenseur symétrique des perméabilités dans un système de coordonnées rectangulaires planes Oxy. On sait que dans ces conditions les axes principaux Ox'y' sont orthogonaux, et que suivant ces axes les perméabilités K'_1 , K'_2 sont les valeurs propres de la matrice K. Nous désignerons par K' la matrice diagonale de ces valeurs propres. Si l'on désigne par ailleurs par V la matrice orthonormée

$$V = [V_1 \ V_2]$$

des vecteurs propres donnant les axes Ox'y' dans le système d'axes Oxy, K, K', V sont liés par les relations matricielles

$$\begin{aligned} K &= VK'V^T, \\ VV^T &= V^TV = I. \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

Cela permet d'exprimer facilement K' et V en fonction de K, ou bien K connaissant K' et V. Rappelons que si α est l'angle de rotation des axes Ox'y' par rapport aux axes Oxy, on a :

$$\begin{aligned} V_{11} &= V_{22} = \cos \alpha, \\ V_{21} &= -V_{12} = \sin \alpha, \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 K_{12}}{K_{22} - K_{11}}. \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

En général α est connu.

SIAMOS-78. Granada (España)

Nous noterons, pour la suite, D et d les opérateurs

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} , \quad d = De = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} , \quad (2.1.4)$$

où e est le vecteur unité ($e^T = [1 \ 1]$), et de même D' et d' en ce qui concerne les variables x' et y' . On a alors :

$$D' = V^T D , \quad d' = V^T d . \quad (2.1.5)$$

Ceci dit, l'approximation de Dupuit des écoulements souterrains rapportée en chaque point aux axes principaux s'écrit :

$$m \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x'} (K'_1 (h-z) \frac{\partial h}{\partial x'}) + \frac{\partial}{\partial y'} (K'_2 (h-z) \frac{\partial h}{\partial y'}) + \epsilon , \quad (2.1.6)$$

où ϵ intègre la drainance au mur et au toit ainsi que les débits par unité de surface d'apport ou de prélèvement (injection ou pompage, infiltration ou évapotranspiration), et où t est le temps, h le niveau piézométrique de la nappe, z la cote du mur, m la porosité utile si la nappe est à surface libre ou le coefficient d'emmagasinement S si la nappe est en charge, et enfin $(h-z)K'$ la transmissivité horizontale T' si la nappe est en charge.

Sous la forme matricielle, l'équation (2.1.6) s'écrit :

$$m \frac{\partial h}{\partial t} = e^T D' ((h-z) K' d' h) + \epsilon ,$$

et compte tenu de (2.1.5) et (2.1.2) :

$$m \frac{\partial h}{\partial t} = e^T V^T D ((h-z) V^T K d h) + \epsilon , \quad (2.1.7)$$

ou si la nappe est en charge

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = e^T V^T D (V^T T dh) + \epsilon . \quad (2.1.7')$$

Une approximation consiste à supposer que dans un voisinage du point (x,y) , les directions principales de l'anisotropie sont invariantes, ce qui revient à dire que α et V ne sont pas fonction de x,y . Cela est d'autant plus valable que la direction de la singularité ou de la faille est constante sur un voisinage discret (voisinage correspondant à la discrétisation adoptée lors de la numérisation des équations (2.1.7) et (2.1.7'), dont nous parlerons plus loin).

Dans ces conditions (2.1.7) et (2.1.7') deviennent :

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = e^T (V^T)^2 D ((h-z) K dh) + \epsilon , \quad (2.1.8)$$

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = e^T (V^T)^2 D (T dh) + \epsilon . \quad (2.1.8')$$

SIAMOS-78. Granada (España)

Posons :

$$\begin{aligned} W &= (V^T)^2, \\ W_{11} &= W_{22} = \cos 2\alpha, \\ W_{21} &= -W_{12} = \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

L'équation (2.1.8'), par exemple, prend la forme simple :

$$\begin{aligned} S \frac{\partial h}{\partial t} &= (W_{11} - W_{12}) \frac{\partial}{\partial x} (T_{11} \frac{\partial h}{\partial x} + T_{12} \frac{\partial h}{\partial y}) \\ &+ (W_{11} + W_{12}) \frac{\partial}{\partial y} (T_{12} \frac{\partial h}{\partial x} + T_{22} \frac{\partial h}{\partial y}) + \varepsilon. \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

C'est seulement lorsque $\alpha = 0$ (d'où $T_{12} = 0$), que l'on peut écrire :

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (T_{11} \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (T_{22} \frac{\partial h}{\partial y}) + \varepsilon. \quad (2.1.11)$$

On a un résultat analogue au signe près avec $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Cela revient à considérer que localement les singularités ont pour direction l'un des deux axes Ox, Oy.

Enfin, rappelons qu'il faut rajouter les conditions aux limites du domaine, qui peuvent être de Dirichlet (conditions de niveau), de Neumann (conditions de pente) et plus généralement de débit que l'on peut rassembler dans l'équation.

$$\zeta h + \mu \frac{\partial h}{\partial x} + \nu \frac{\partial h}{\partial y} - \mu' T \frac{\partial h}{\partial n} = g(t), \quad (2.1.12)$$

où n représente la direction de la normale à la frontière, intérieure au domaine au point considéré, et où ζ , μ , ν , μ' , et g sont variables avec le temps, et évidemment avec x, y .

La solution est fonction de l'état de la nappe au temps initial.

2.2. Modèle numérique

Si l'on veut prendre en compte l'anisotropie, et plus précisément les dérivées de T suivant deux directions orthogonales d'espace, on est tout naturellement conduit à un maillage régulier (en direction) de discrétisation. Cela milite en faveur d'une méthode aux différences finies (ce qui n'exclut pas des méthodes variationnelles, telles que celles que l'on utilise dans les méthodes aux éléments finis).

Nous avons opté pour un maillage rectangulaire d'espacements irréguliers suivant les 2 axes, et pour le schéma de numérisation implicite de type Crank-Nicholson que l'on sait être inconditionnellement stable dans des conditions assez générales et donnant une erreur d'approximation en :

$$O[(\Delta x)^2] + O[(\Delta y)^2] + O[(\Delta t)^2] \quad .$$

Le système d'équations algébriques qui s'en déduit est linéaire en cas de nappes en charge, et non linéaire en cas de nappes à surface libre. Nous avons dans ce dernier cas linéarisé le système en prenant pour valeurs les coefficients celles qui correspondent aux valeurs de h au temps précédent. L'approximation est parfaitement valable si la variation de h est relativement faible pendant le pas de temps Δt séparant 2 calculs de la nappe.

Le système à matrice des coefficients de structure bande, se résout par une méthode de sur-relaxation classique, l'accélération de la convergence étant obtenue par calcul du facteur de relaxation optimum.

Le modèle pour fonctionner suppose connu un grand nombre de paramètres, dont on n'est pas toujours en possession. L'extrapolation est quelquefois hasardeuse dans des zones de faible densité de mesures. Par ailleurs, et ceci doit être souligné, le peu de valeurs connues, par exemple de transmissivité, sont des valeurs locales, alors que le modèle réclame des valeurs moyennes sur une maille. Par conséquent même en des points où l'on a des valeurs mesurées, il peut y avoir nécessité de corriger celles-ci d'un facteur tenant compte de l'environnement immédiat. Enfin, toutes les hypothèses faites quant aux solutions de l'équation aux dérivées partielles, et quant à sa discrétisation sont des hypothèses de continuité et de variations "douces" des paramètres (dérivées à valeurs bornées et de faibles variations). Et il ne peut en être autrement alors que la nappe elle-même est une "bonne" surface. Pour toutes ces raisons, il y a lieu de lisser les valeurs des paramètres, en l'occurrence principalement de T qui intervient par ses dérivées au contraire des autres paramètres. On voit de la sorte que localement, il peut exister des différences quelquefois non négligeables entre les valeurs de calcul et les valeurs réelles des paramètres. En ce qui concerne le modèle, ce sont ces valeurs de calcul qui ont pour ainsi dire force de loi, dès lors qu'une distribution de T redonnera l'état de la nappe tant en régime permanent qu'en régime transitoire observés. Quelles que soient ensuite les hypothèses que l'on pourrait se fixer quant à l'exploitation de la nappe, les niveaux calculés correspondront, à la précision près, aux niveaux que l'on observerait si la nappe était réellement en exploitation.

2.3. Dispositions particulières propres aux problèmes miniers

Il s'agit essentiellement des 4 dispositions suivantes :

- a) prise en compte de la transition entre les zones en charge et les zones à surface libre ;
- b) prise en compte du dénoyage possible de certaines zones, et de leur renoyage éventuel ultérieur ;
- c) prise en compte de domaines connexes représentant des surfaces à trous dont les contours ($\tau + 1$ contours si l'on a τ trous) peuvent être variables dans le temps ;

SIAMOS-78. Granada (España)

d) calcul des débits traversant un contour fermé ou non quelconque.

En ce qui concerne la transition entre zones en charge et zones à surface libre, le passage se fait suivant la courbe de la surface du toit. On suppose qu'au voisinage de cette courbe il y a de faibles variations (même s'il n'y a pas rigoureusement continuité des dérivées) des paramètres T à $K(h-z)$, et des h . Seul subsiste un saut brusque de S à m .

Le dénoisement et le renoisement méritent un peu plus d'attention. Le dénoisement a lieu dès que $h < Z$. Dès qu'un point est alors dénoyé on crée au voisinage du point (voisinage discret dans le modèle numérique), ou des points dénoyés, un domaine (représentant donc un trou) avec conditions de débit nul. Quant au renoisement nous admettrons qu'il se fait par montée de liquide, autrement dit avec une vitesse verticale, sous l'influence de la drainance au mur, des injections ou infiltrations, et des niveaux d'eau aux limites du contour du trou. Si l'on désigne par C ce contour par h_σ le niveau en un point d'abscisse curviligne σ du contour, par δ_σ la distance du point (x,y) considérée au point σ , et par h la moyenne pondérée,

$$\bar{h} = \frac{1}{\int_C \frac{d\sigma}{\delta_\sigma}} \int_C \frac{h_\sigma}{\delta_\sigma} d\sigma \quad , \quad (2.3.1)$$

on prendra en première approximation l'équation de renoisement :

$$h(t + \Delta t) = \bar{h}(t) + \frac{1}{m} \int_t^{t+\Delta t} \epsilon(t) dt \quad , \quad (2.3.2)$$

si

$$h(t + \Delta t) > Z$$

Reste les dispositions c) et d) qui ne présentent pas de difficultés particulières, et qui s'implémentent facilement sur le modèle.

3 - EXEMPLES D'UTILISATION DU MODELE MATHEMATIQUE

3.1. Estimation des venues d'eau en carrière

Sous environ 30 à 40 mètres de terrains stériles imperméables, la couche exploitée est constituée d'un grès assez fortement cimenté contenant une nappe initialement en charge.

L'exploitation de la couche minéralisée devant se faire par carrière, le problème hydrogéologique consistait à :

- évaluer les venues d'eau à exhauser en fonction de l'extension et de la profondeur de la carrière,

SIAMOS-78. Granada (España)

- . comparer ces venues aux besoins industriels et étudier si nécessaire, l'implantation de nouveaux forages pour assurer en toute période la couverture de ces besoins. Inversement, si les venues étaient supérieures aux besoins, il convenait de rechercher le meilleur dispositif de réinjection.

Cette étude a été réalisée selon la méthodologie suivante :

a) Mise au point d'un modèle mathématique général de la nappe prenant en compte les diverses conditions aux limites, les pompages préexistants. Sur ce modèle couvrant plusieurs centaines de km², la carrière, malgré la taille relativement restreinte des mailles (mailles carrées de 800 m de coté), ne pouvait être représentée que par un noeud auquel on imposait une condition de niveau variable avec le temps. Ce premier modèle général a permis de déterminer avec une approximation suffisante les niveaux piézométriques et leurs variations en tous points du champ et en particulier aux limites d'un modèle de détail centré sur la carrière.

Une estimation provisoire des débits arrivant en carrière, était fournie par ce modèle général, ce qui permettait de proposer une première adéquation ressources besoins et d'imposer dans les limites du modèle focalisé, les pompages complémentaires nécessaires.

b) Ce modèle focalisé à mailles variables, dont les plus petites avaient 100 m de coté, permettait de suivre l'extension dans le temps des travaux miniers. C'est sur ce modèle focalisé qu'a été étudiée la variation des débits à exhauser. La figure ci-jointe (fig. 1) fournit d'une part les débits estimés d'après le modèle mathématique et d'autre part les débits réellement exhautes.

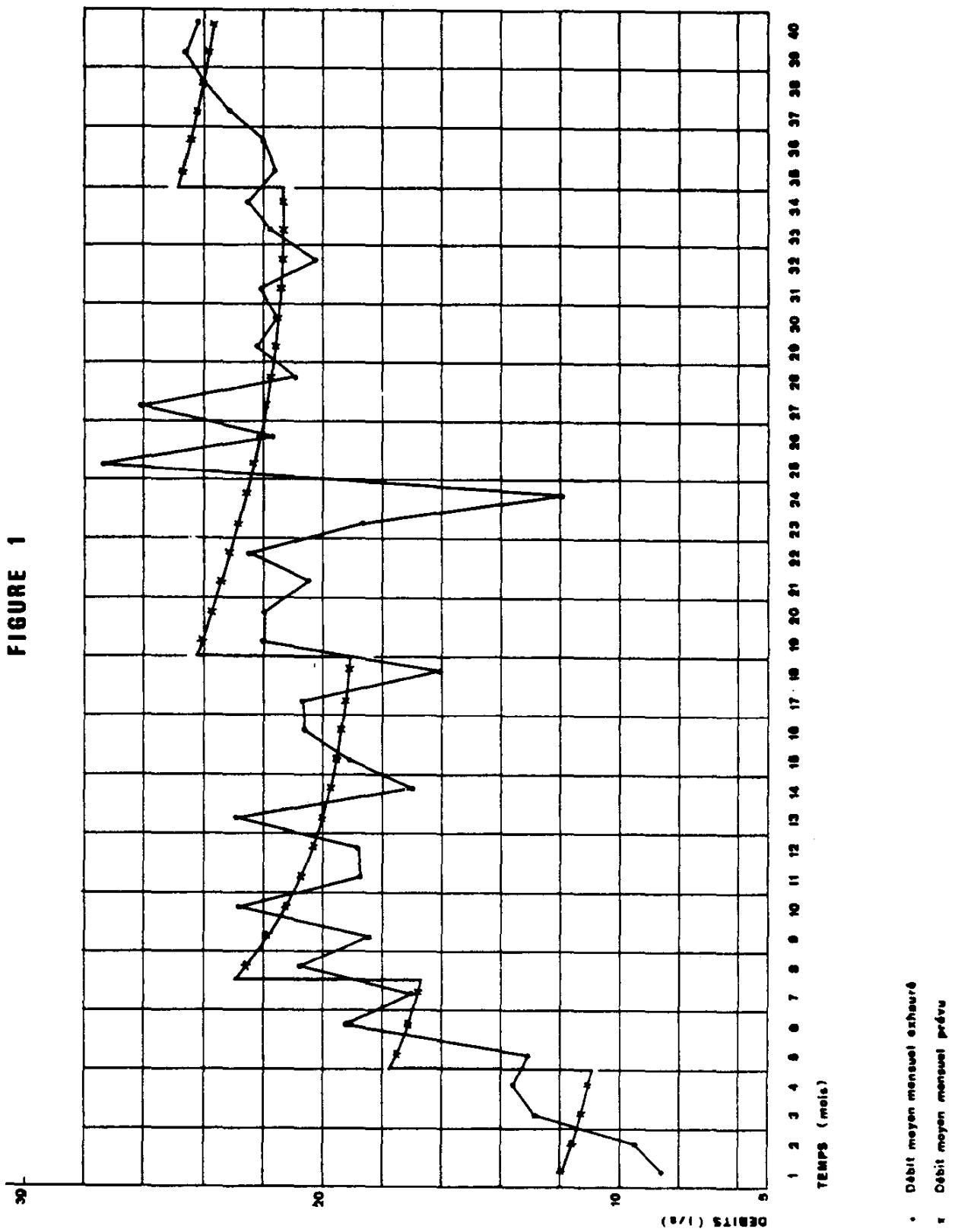
Les débits estimés d'une part varient par sauts correspondant à l'imposition de nouvelles conditions qu'il s'agisse de l'extension ou de la profondeur atteintes et d'autre part décroissent régulièrement à l'intérieur d'une période à conditions constantes, suivant en cela les lois de l'hydraulique souterraine.

Les débits réellement pompés, bien que relativement variables d'un mois à l'autre ce qui peut s'expliquer par les aléas du planning d'exploitation minière ont en moyenne une courbe de variations continuellement croissante. Ceci exprime le fait que les travaux miniers ont eux-mêmes une extension continuellement croissante alors que la modélisation oblige, par suite de contraintes liées au temps de calcul et donc au coût, de simuler ces variations de façon discontinue.

Malgré les erreurs inhérentes à cette modélisation des caractéristiques dimensionnelles des ouvrages miniers, la confrontation entre exhautes prévisionnelles et réelles s'avère très satisfaisante et cela bien que le modèle ait dû prendre en compte des conditions d'écoulement variables dans le temps (nappe en charge, nappe à surface libre, zones hors d'eau), et l'influence de pompages extérieurs à la carrière eux-mêmes variables dans le temps.

c) Enfin, pour obtenir une image piézométrique de la nappe sur l'ensemble du champ, le modèle général a été à nouveau utilisé. En ce cas, les conditions imposées au droit de la carrière ont été des conditions de débit variables dans le temps.

SIAMOS-78. Granada (España)



SIAMOS-78. Granada (España)

Les pompages extérieurs à la carrière ont eux-mêmes été réestimés de façon à assurer à tout instant un équilibre entre les ressources et les besoins.

3.2. Estimation des venues d'eau en descenderie

Le problème posé était celui de la détermination des venues d'eau devant se produire dans une descenderie lors de la traversée d'un horizon gréseux de 50 mètres de puissance situé sous environ 140 mètres de terrains très peu perméables (argiles et arkhoses principalement).

La nappe contenue dans les grès était à l'origine une nappe en charge, dont le niveau statique était situé à environ 20 m sous le terrain naturel.

La méthodologie suivie a été identique à celle décrite dans le paragraphe précédent, c'est à dire utilisation d'un modèle général prenant en compte l'ensemble des conditions aux limites et existantes dans le périmètre modélisé puis d'un modèle focalisé centré sur les travaux miniers.

Compte tenu des reconnaissances préliminaires effectuées par forages et essais de pompage, il avait été décidé d'entreprendre le rabattement de la nappe environ 7 mois avant l'arrivée de la descenderie dans la couche aquifère au moyen de 2 forages équipés de pompes dont les crépines d'aspiration étaient situées à proximité du mur de l'aquifère. Ces forages étaient situés sur le tracé de la descenderie.

Le graphique ci-joint (fig. 2) présente d'une part les débits réellement exhaurés par le système forages plus galerie et d'autre part les débits estimés d'après les résultats du modèle mathématique.

Le fait d'avoir placé les crépines des pompes au voisinage du mur de l'aquifère a permis de simplifier les calculs en modèle car il devenait possible sans erreur trop importante de considérer la descenderie comme un drain traversant immédiatement la totalité de l'aquifère, (c'est à dire ayant un délai de réalisation quasi nul).

Lorsqu'une telle approximation n'est pas licite, il est toujours possible de procéder, comme dans l'exemple précédent, en imposant des conditions de niveaux variables par paliers.

SIAMOS-78. Granada (España)

FIGURE 2

